筑波大学

2018年 第1問

1 $0<\theta<\dfrac{\pi}{2}$ とする．放物線 $y=x^2$ 上に3点

$\mathrm{O}(0,\ 0),\quad \mathrm{A}(\tan\theta,\ \tan^2\theta),\quad \mathrm{B}(-\tan\theta,\ \tan^2\theta)$

をとる．三角形OABの内心の y 座標を p とし，外心の y 座標を q とする．また，正の実数 a に対して，直線 $y=a$ と放物線 $y=x^2$ で囲まれた図形の面積を $S(a)$ で表す．

(1) $p,\ q$ を $\cos\theta$ を用いて表せ．

(2) $\dfrac{S(p)}{S(q)}$ が整数であるような $\cos\theta$ の値をすべて求めよ．