



2015年 第6問

6  $\alpha$  を実数でない複素数とし、 $\beta$  を正の実数とする。以下の問いに答えよ。ただし、複素数  $w$  に対してその共役複素数を  $\bar{w}$  で表す。

- (1) 複素数平面上で、関係式  $\alpha\bar{z} + \bar{\alpha}z = |z|^2$  を満たす複素数  $z$  の描く図形を  $C$  とする。このとき、 $C$  は原点を通る円であることを示せ。
- (2) 複素数平面上で、 $(z - \alpha)(\beta - \bar{\alpha})$  が純虚数となる複素数  $z$  の描く図形を  $L$  とする。 $L$  は (1) で定めた  $C$  と 2 つの共有点をもつことを示せ。また、その 2 点を  $P$ 、 $Q$  とするとき、線分  $PQ$  の長さを  $\alpha$  と  $\bar{\alpha}$  を用いて表せ。
- (3)  $\beta$  の表す複素数平面上的点を  $R$  とする。(2) で定めた点  $P$ 、 $Q$  と点  $R$  を頂点とする三角形が正三角形であるとき、 $\beta$  を  $\alpha$  と  $\bar{\alpha}$  を用いて表せ。