



2017年第3問

3 数列 $\{a_n\}$ が

$$a_1 = 1, \quad a_2 = 3, \quad a_{n+2} = 3a_{n+1}^2 - 6a_{n+1}a_n + 3a_n^2 + a_{n+1} \quad (n = 1, 2, \dots)$$

を満たすとする。また、 $b_n = a_{n+1} - a_n$ ($n = 1, 2, \dots$) とおく。以下の問いに答えよ。

- (1) $b_n \geq 0$ ($n = 1, 2, \dots$) を示せ。
- (2) b_n ($n = 1, 2, \dots$) の一の位の数が 2 であることを数学的帰納法を用いて証明せよ。
- (3) a_{2017} の一の位の数を求めよ。