0001993636008999

東京女子大学

2013年 現代教養 第8問

数理 石井K

8 座標平面における2つの曲線 $C_1 : y = \dfrac{3}{5}x^2 + \dfrac{2}{5}x$ と $C_2 : x = 3y^2 - 2y$ について，以下の設問に答えよ．

(1) C_1 と C_2 の交点を求めよ．

(2) C_1 と C_2 で囲まれた部分の面積を求めよ．

$\Leftrightarrow 3y^2 - 2y - x = 0$

$y = \dfrac{2 \pm \sqrt{4+4\cdot 3x}}{6} = \dfrac{1 \pm \sqrt{1+3x}}{3}$

(1) $y = \dfrac{3}{5}(3y^2-2y)^2 + \dfrac{2}{5}(3y^2-2y)$

$\therefore 5y = 3(9y^4 - 12y^3 + 4y^2) + 6y^2 - 4y$

$\therefore y(27y^3 - 36y^2 + 18y - 9) = 0$

$\therefore 9y(y-1)(3y^2-y+1) = 0$ $\quad \therefore y = 0, 1$

$3y^2 - y + 1 = 0$ の判別式を D とおくと．

$D = 1 - 4\cdot 3$

$= -11$

< 0

$\therefore$ 解なし．

$\therefore$ 交点は $(0,0), (1,1)$ //

(2) $S = \displaystyle\int_0^1 \frac{1+\sqrt{1+3x}}{3} - \frac{3}{5}x^2 - \frac{2}{5}x \, dx$

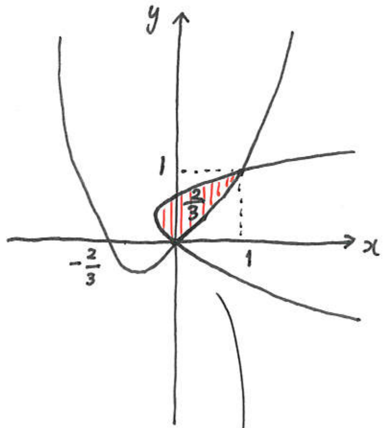
$\displaystyle + \int_0^{\frac{2}{3}} -(3y^2-2y)\, dy$

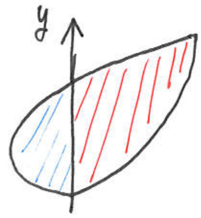
$= \left[\dfrac{2}{27}(1+3x)^{\frac{3}{2}} + \dfrac{x}{3} - \dfrac{x^3}{5} - \dfrac{x^2}{5} \right]_0^1$

$+ \left[-y^3 + y^2 \right]_0^{\frac{2}{3}}$

$= \left(\dfrac{16}{27} + \dfrac{1}{3} - \dfrac{1}{5} - \dfrac{1}{5} - \dfrac{2}{27} \right) + \left(-\dfrac{8}{27} + \dfrac{4}{9} \right)$

$= \dfrac{3}{5}$ //





このように分けた．