

2014年 生命環境（環境・情報）第4問

4 実数を成分とする2次正方行列  $A$  の逆行列は存在しないとする. 2次正方行列  $X$  は  $XAX = X$  かつ  $AX = XA$  かつ  $A^3X = A^2$  を満たすとする.  $A^2 \neq \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$  のとき, 以下の問いに答えよ.

(1) 2次正方行列  $Y$  が  $YAY = Y$  かつ  $AY = YA$  かつ  $A^3Y = A^2$  を満たすとき,  $Y = X$  であることを示せ.

(2)  $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$  のとき,  $X$  を求めよ.