



2016年工学部第5問

5 座標平面上の曲線  $C: y = \sin \pi x$  ( $0 < x < \frac{1}{2}$ ) の上に点  $P(a, \sin \pi a)$  をとる. 点  $P$  における  $C$  の接線と法線をそれぞれ  $l, m$  とする.  $l$  と  $y$  軸の交点を  $Q(0, q)$ ,  $m$  と  $x$  軸の交点を  $R(r, 0)$  とし, 点  $P$  から  $y$  軸に下ろした垂線の足を  $H$  とする. このとき, 次の問いに答えよ.

- (1) 接線  $l$  の方程式を求め,  $q$  を  $a$  を用いて表せ.
- (2) 法線  $m$  の方程式を求め,  $r$  を  $a$  を用いて表せ.
- (3) 曲線  $C$ , 直線  $m$ , および  $x$  軸によって囲まれる部分の面積を  $S(a)$  とする.  $S(a)$  を  $a$  を用いて表せ.
- (4)  $\triangle PQH$  の面積を  $T(a)$  とする. 極限值  $\lim_{a \rightarrow 0} \frac{S(a)}{T(a)}$  を求めよ.