2010年 歯学部 第3問

$\boxed{3}$ $I_n = \int_0^c \sin^n x \cos^5 x\,dx$，$J_n = \int_0^c \sin^n x \cos x\,dx$，$K_n = J_n - J_{n+2}$ とおくとき，次の問いに答えよ．ただし，n は自然数であり，c は正の定数である．

(1) I_n を K_n と K_{n+2} を用いて表せ．

(2) $A_n = \sum_{m=1}^{n} I_m$ を K_1，K_2，K_{n+1}，K_{n+2} を用いて表せ．

(3) $c = \dfrac{\pi}{2}$ のとき，$K_n = \dfrac{2}{(n+a_1)(n+a_2)}$ となる定数 a_1 と a_2 を求めよ．ただし，$a_1 < a_2$ とする．

(4) $c = \dfrac{\pi}{2}$ のとき，$\lim_{n\to\infty} \alpha(A_n + \beta)n^2 = 1$ となる定数 α と β を求めよ．