

2013年 理系全学部日程 第4問

4 k は定数とし、媒介変数 t を用いて $x = 2\sin^3 t$, $y = k\cos^3 t$ ($0 \leq t \leq \frac{\pi}{2}$) と表される曲線 S を考える。
次の問いに答えよ。

- (1) $\frac{dy}{dx}$ を k, t を用いて表せ。ただし $0 < t < \frac{\pi}{2}$ とする。
- (2) 曲線 S が直線 $x + y = 1$ に第1象限で接しているとき、接点の座標を (p, q) とする。 p, q, k の値を求めよ。また、そのときの t の値 t_0 を求めよ。
- (3) (2) で定まる t_0 に対し、 $\int_0^{t_0} \cos^4 t dt$, $\int_0^{t_0} \cos^6 t dt$ の値をそれぞれ求めよ。
- (4) (2) で定まる p, q, k, t_0 に対し、 $0 \leq x \leq p$ で曲線 S , 直線 $x + y = 1$ と y 軸で囲まれる図形の面積を求めよ。