



2012年 理学部（数理）第1問

1  $k > 0$ とする．原点を  $O$ とする座標平面において，2点  $A, B$ は曲線  $y = \frac{1}{k}x^2$ 上にあり，かつ  $\triangle OAB$ は正三角形とする．また， $\triangle OAB$ の内接円を  $S$ とし， $C$ をその中心とする．このとき，次の問に答えよ．

- (1) 中心  $C$ の座標を求めよ．
- (2) 円  $S$ の方程式を求めよ．
- (3)  $T$ を中心  $D(3k, -2k)$ ，半径  $k$ の円とする． $T$ 上の点  $P$ から円  $S$ へ2本の接線を引いて，その接点を  $E, F$ とする．線分  $CP$ の長さを  $t$ として，内積  $\vec{CE} \cdot \vec{CF}$ を  $k$ と  $t$ を用いて表せ．
- (4) 点  $P$ が円  $T$ 上を動くとき，内積  $\vec{CE} \cdot \vec{CF}$ の最大値と最小値を求めよ．