名古屋工業大学

2018 年 工学部 第 4 問

$\boxed{4}$ 座標空間内の 3 点

O(0, 0, 0), A(3, 0, 4), B(1, −2, 2)

を通る平面を α とする．α 上にない 2 点 C，D は次を満たす．

（ i ）点 C，D は平面 α に関して同じ側にある．

（ ii ）点 C から α に垂線 CE を下ろすと，半直線 OE は角 AOB の二等分線であり，辺 AB と点 G で交わる．点 G は OE を 3 : 1 に内分する．

（iii）点 D から α に垂線 DF を下ろすと，半直線 AF は辺 OB と点 H で交わる．点 H は辺 OB を 1 : 2 に内分する．

（iv）CE = 2DF

定数 k を $\overrightarrow{\mathrm{AF}} = k\overrightarrow{\mathrm{AH}}$ となるようにとる．$\overrightarrow{\mathrm{OA}} = \vec{a}$，$\overrightarrow{\mathrm{OB}} = \vec{b}$ とおくとき，次の問いに答えよ．

(1) $\overrightarrow{\mathrm{OG}}$ を $\vec{a}$，$\vec{b}$ を用いて表し，点 G の座標を求めよ．

(2) 平面 α に垂直なベクトルで，長さが $\sqrt{26}$ となるものを 1 つ求めよ．

(3) 点 C から平面 α 上の点を通り点 D へ行く最短経路がある．このときに通る平面 α 上の点を P とする．$\overrightarrow{\mathrm{OP}}$ を $\vec{a}$，$\vec{b}$ および k を用いて表せ．

(4) (3) において，点 P が △OAB の内部にあるための k の値の範囲を求めよ．