



2010年第6問

6 座標平面上に、点  $(0, 1)$  を中心とする半径  $1$  の円と点  $P(0, h)$  ( $0 < h < 2$ ) がある。点  $P$  を通る直線  $y = h$  と円との交点で第  $1$  象限にあるものを  $Q$  とする。曲線  $C: y = \alpha x^2$  は点  $Q$  を通るとし、 $y$  軸と曲線  $C$  および線分  $PQ$  で囲まれた部分を図形  $A$  とする。次の問いに答えよ。

- (1)  $\alpha$  を  $h$  を用いて表せ。
- (2) 図形  $A$  の面積  $S$  を  $h$  の式で表し、 $S$  の最大値を求めよ。
- (3) 図形  $A$  を  $y$  軸の周りに  $1$  回転してできる立体の体積  $V$  を  $h$  の式で表し、 $V$  の最大値を求めよ。
- (4)  $S, V$  は、それぞれ (2), (3) で求めたものとする。  $X = \frac{V}{2\pi S}$  とおくと、 $X$  の最大値を求めよ。