# 名城大学

2016年 薬学部 第2問



$\boxed{2}$ 関数 $f(x)=\dfrac{x^2}{2}-2|x-1|+2$ について，次の各問に答えよ．

(1) $y=f(x)$ のグラフをかけ．

(2) $-4 \leqq x \leqq 2$ のときの $f(x)$ の最大値と最小値を求めよ．

(3) 曲線 $y=f(x)$ と直線 $y=x$ で囲まれた3つの部分の面積の和を求めよ．

(1) $x \geqq 1$ のとき $f(x)=\frac{1}{2}x^2-2(x-1)+2$

$$\therefore\ f(x)=\frac{1}{2}x^2-2x+4$$

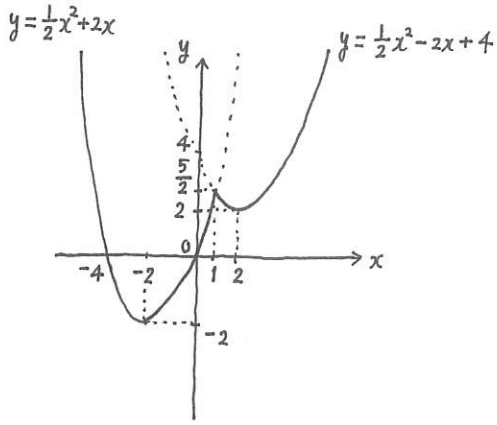
$$=\frac{1}{2}(x-2)^2+2$$

$x<1$ のとき, $f(x)=\frac{1}{2}x^2+2(x-1)+2$

$$=\frac{1}{2}x^2+2x$$

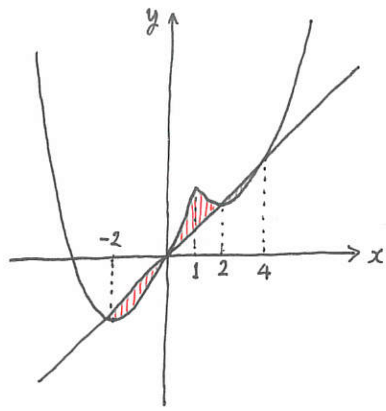
$$=\frac{1}{2}(x+2)^2-2$$

以上より右のようになる.




(2) 右のグラフより

最大値 $\frac{5}{2}$ ($x=1$ のとき), 最小値 $-2$ ($x=-2$ のとき) //




(3) $y=f(x)$ と $y=x$ の交点を求める

(i) $x \geqq 1$ のとき

$$\frac{1}{2}x^2-2x+4-x=0 \iff x^2-6x+8=0$$
$$\iff (x-2)(x-4)=0$$
$$\iff x=2,4$$

$\therefore$ 交点は $(2,2)$ と $(4,4)$

(ii) $x<1$ のとき

$$\frac{1}{2}x^2+2x-x=0 \iff x^2+2x=0$$
$$\iff x(x+2)=0$$
$$\iff x=0,-2$$

$\therefore$ 交点は $(0,0)$, $(-2,-2)$

$$\therefore\ S=\int_{-2}^{0} x-\frac{1}{2}x^2-2x\,dx+\int_{0}^{1}\frac{1}{2}x^2+2x-x\,dx$$

$$+\int_{1}^{2}\frac{1}{2}x^2-2x+4-x\,dx+\int_{2}^{4}x-\frac{1}{2}x^2+2x-4\,dx$$

$$=\left[-\frac{x^3}{6}-\frac{x^2}{2}\right]_{-2}^{0}+\left[\frac{x^3}{6}+\frac{x^2}{2}\right]_{0}^{1}$$

$$+\left[\frac{x^3}{6}-\frac{3}{2}x^2+4x\right]_{1}^{2}+\left[-\frac{x^3}{6}+\frac{3}{2}x^2-4x\right]_{2}^{4}$$

$$=\frac{8}{3}$$ //