福井大学

2017年 工学部 第2問

$\boxed{2}$ 四面体OABCにおいて，$\overrightarrow{\mathrm{OA}} = \vec{a}$，$\overrightarrow{\mathrm{OB}} = \vec{b}$，$\overrightarrow{\mathrm{OC}} = \vec{c}$ とし，$|\vec{a}| = 1$，$|\vec{b}| = 2$，$|\vec{c}| = \sqrt{5}$，$\vec{a} \cdot \vec{b} = 1$，$\vec{a} \cdot \vec{c} = \vec{b} \cdot \vec{c} = 0$ とする．辺OAの中点をDとし，点P，Qをそれぞれ $\overrightarrow{\mathrm{CP}} = s\overrightarrow{\mathrm{CD}}$ $(0 \leqq s \leqq 1)$，$\overrightarrow{\mathrm{BQ}} = t\overrightarrow{\mathrm{BA}}$ $(0 \leqq t \leqq 1)$ となるようにとり，線分PQの中点をRとする．このとき，以下の問いに答えよ．

(1) $\overrightarrow{\mathrm{OR}}$ を s，t，$\vec{a}$，$\vec{b}$，$\vec{c}$ を用いて表せ．

(2) s，t がそれぞれ $0 \leqq s \leqq 1$，$0 \leqq t \leqq 1$ の範囲を動くとき，点Rの存在範囲の面積を求めよ．

(3) 直線ORと面ABCの交点をSとする．$\triangle$SAB，$\triangle$SBC，$\triangle$SCAの面積比が $8:7:6$ となるとき，s と t の値を求めよ．