宇都宮大学

2010 年 第 6 問

$\boxed{6}$ 座標平面上に，点 $(0,\ 1)$ を中心とする半径 1 の円と点 $\mathrm{P}(0,\ h)$ $(0 < h < 2)$ がある．点 P を通る直線 $y = h$ と円との交点で第 1 象限にあるものを Q とする．曲線 $C : y = \alpha x^2$ は点 Q を通るとし，y 軸と曲線 C および線分 PQ で囲まれた部分を図形 A とする．次の問いに答えよ．

(1) α を h を用いて表せ．

(2) 図形 A の面積 S を h の式で表し，S の最大値を求めよ．

(3) 図形 A を y 軸の周りに 1 回転してできる立体の体積 V を h の式で表し，V の最大値を求めよ．

(4) S，V は，それぞれ (2)，(3) で求めたものとする．$X = \dfrac{V}{2\pi S}$ とおくとき，X の最大値を求めよ．