

2013年理工第2問

2 行列 $A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$ は $A^2 = A$ を満たす. 行列 B は

$$B \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a \\ 1 \end{pmatrix}, \quad B^2 \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

を満たす. 次の問いに答えよ.

- (1) $a + d$, $ad - bc$ を求めよ.
- (2) B を a を用いて表せ.
- (3) $c = 1$ のとき, 実数 s , t に対して

$$(sA + tB)^n = x_n A + y_n B \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

と表されることを示し, x_n , y_n を s , t , n を用いて表せ.