



2018年理系第4問

4  $0 \leq \theta < 2\pi$  を満たす実数  $\theta$  に対して, 複素数  $z_1, z_2, z_3, \dots$  が

$$z_1 = \cos \theta + i \sin \theta,$$

$$z_k = z_{k-1}(\cos k\theta + i \sin k\theta) \quad (k = 2, 3, 4, \dots)$$

を満たすとき, 次の問いに答えよ. ただし,  $i$  は虚数単位とする.

(1)  $z_2 = 1$  を満たす  $\theta$  をすべて求めよ.

(2) 自然数  $n$  に対して,  $z_n = 1$  を満たす  $\theta$  の個数を  $c_n$  とする.  $c_n$  を  $n$  の式で表せ. また,  $c_n$  が素数となる  $n$  をすべて求めよ.