

2014年工・情報科学・社シス科学第2問

数理  
石井K

2 次の各問に答えよ.

(1)  $0 \leq \theta \leq \pi$  とする.  $F = 2 \sin \theta (\sin \theta - \sqrt{3} \cos \theta)$  は

$$\begin{aligned}
 F &= \boxed{\text{ア}} - \sqrt{3} \sin 2\theta - \cos 2\theta \\
 &= \boxed{\text{ア}} - \boxed{\text{イ}} \sin \left( 2\theta + \frac{\boxed{\text{ウ}}}{\boxed{\text{エ}}} \pi \right)
 \end{aligned}$$

と変形できる. ここで,  $0 \leq \frac{\boxed{\text{ウ}}}{\boxed{\text{エ}}} \pi < 2\pi$  とする.  $F$  は  $\theta = \frac{\boxed{\text{オ}}}{\boxed{\text{カ}}} \pi$  のとき, 最大値  $\boxed{\text{キ}}$  をとる.

(2)  $a$  を正の定数とし,  $f(x) = 2x^3 - ax^2 + 27$  とする.  $f(x)$  の導関数は

$$f'(x) = \boxed{\text{ク}} x^2 - \boxed{\text{ケ}} ax$$

であり,  $f(x)$  は  $x = \frac{\boxed{\text{コ}}}{\boxed{\text{サ}}} a$  のとき, 極小値  $27 - \frac{\boxed{\text{シ}}}{\boxed{\text{スセ}}} a \boxed{\text{ソ}}$  をとる. どのような正の数  $x$  に対しても不等式  $2x^3 + 27 > ax^2$  が成り立つような  $a$  の値の範囲は  $0 < a < \boxed{\text{タ}}$  である.

$$(2) f'(x) = 6x^2 - 2ax$$

$$= 2x(3x - a)$$

$$\therefore x = \frac{a}{3} \text{ のとき, 極小値 } 27 - \frac{a^3}{27}$$

$$2x^3 + 27 > ax^2 \iff f(x) > 0 \text{ なり.}$$

$$27 - \frac{a^3}{27} > 0 \quad \therefore 0 < a < 9$$

$$\begin{aligned}
 (1) F &= 2 \sin^2 \theta - 2\sqrt{3} \sin \theta \cos \theta \\
 &= 2 \cdot \frac{1 - \cos 2\theta}{2} - \sqrt{3} \cdot \sin 2\theta \\
 &= 1 - \sqrt{3} \sin 2\theta - \cos 2\theta \\
 &= 1 - 2 \sin \left( 2\theta + \frac{1}{6} \pi \right)
 \end{aligned}$$

$x$	...	0	...	$\frac{a}{3}$	...
$f'(x)$	+	0	-	0	+
$f(x)$	↗	27	↓	↑	↗
			極大	$27 - \frac{a^3}{27}$	極小