

2012年第3問

 数理  
石井K

3 等式  $\frac{4}{1-x^4} = \frac{A}{1-x} + \frac{B}{1+x} + \frac{C}{1+x^2}$  が  $x$  についての恒等式となるように、定数  $A, B, C$  を定める。定数  $C$  の値を求めよ。

$$\begin{aligned}
 (\text{右辺}) &= \frac{A(1+x)(1+x^2) + B(1-x)(1+x^2) + C(1-x)(1+x)}{(1-x)(1+x)(1+x^2)} \\
 &= \frac{A(1+x^2+x+x^3) + B(1+x^2-x-x^3) + C(1-x^2)}{1-x^4} \\
 &= \frac{(A-B)x^3 + (A+B-C)x^2 + (A-B)x + (A+B+C)}{1-x^4}
 \end{aligned}$$

$$\therefore \text{係数を比較して} \quad \begin{cases} A = B \\ A + B - C = 0 \\ A + B + C = 4 \end{cases}$$

$$\therefore \underline{C = 2}$$