

2014年 生命環境（環境・情報）第4問

4 実数を成分とする2次正方行列 A の逆行列は存在しないとする. 2次正方行列 X は $XAX = X$ かつ $AX = XA$ かつ $A^3X = A^2$ を満たすとする. $A^2 \neq \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$ のとき, 以下の問いに答えよ.

(1) 2次正方行列 Y が $YAY = Y$ かつ $AY = YA$ かつ $A^3Y = A^2$ を満たすとき, $Y = X$ であることを示せ.

(2) $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$ のとき, X を求めよ.