2012 年 第 7 問

$\boxed{7}$ 原点 O を中心とする半径 1 の円において扇形 OAB を考える．ただし，点 A は (1, 0) であり，点 B は第 1 象限にあるとする．扇形 OAB の中心角は，x ラジアン $\left(0 < x < \dfrac{\pi}{2}\right)$ であるとする．点 B から OA におろした垂線を BC，点 A における円の接線が，点 O と点 B を通る直線と交わる点を D とする．以下の問いに答えよ．

(1) 三角形 ODA，三角形 OAB，扇形 OAB の面積を，x を用いてそれぞれ表せ．

(2) 不等式 $\cos x < \dfrac{\sin x}{x} < 1$ が成り立つことを示せ．

(3) $\displaystyle\lim_{x \to +0} \frac{\sin x}{x} = 1$ を示せ．ただし，$x \to +0$ は，x が正の値をとりながら限りなく 0 に近づくことを表す．