愛媛大学

2014 年 医学部 第 3 問

$\boxed{3}$ a，bは，$0 < b < a$を満たす実数とする．曲線$y = e^x$上の点$(0,\ 1)$における接線ℓ_1の方程式を$y = f(x)$，点$(a,\ e^a)$における接線ℓ_2の方程式を$y = g(x)$とおく．また，ℓ_1とℓ_2の交点のx座標を$p(a)$とする．連立不等式

$$0 \leqq x \leqq b, \quad f(x) \leqq y \leqq e^x$$

の表す領域の面積をS_1，連立不等式

$$b \leqq x \leqq a, \quad g(x) \leqq y \leqq e^x$$

の表す領域の面積をS_2とし，$R = e^{-b}S_2$とおく．このとき，次の問いに答えよ．必要ならば，すべての自然数kに対して$\displaystyle\lim_{x \to \infty} x^k e^{-x} = 0$が成り立つことを用いてよい．

(1) $p(a)$を求めよ．

(2) S_1とS_2を求めよ．

(3) $t = a - b$とする．Rをtのみの関数として表せ．

(4) 極限値$\displaystyle\lim_{a \to \infty}(a - p(a))$を求めよ．

(5) $b = p(a)$とする．このとき，極限値$\displaystyle\lim_{a \to \infty}\frac{S_2}{S_1}$を求めよ．