



2016年 法学部 第2問

数理  
石井K2 すべての自然数  $n$  に対して

$$\frac{n^3}{6} - \frac{n^2}{2} + \frac{4n}{3}$$

は整数であることを証明せよ。

$$\begin{aligned}(\text{与式}) &= \frac{1}{6}n(n^2 - 3n + 8) \\ &= \frac{1}{6}n\{(n-1)(n-2) + 6\} \\ &= \frac{1}{6}(n-2)(n-1)n + n\end{aligned}$$

ここで、 $n-2, n-1, n$  は連続する3つの整数なので、その積  $(n-2)(n-1)n$  は

2の倍数かつ3の倍数 すなわち6の倍数である。

よって、 $\frac{1}{6}(n-2)(n-1)n$  は整数である。したがって、題意は示された  $\square$