



## 2015年医学部第4問

4 あるバクテリアをある条件の下で培養した場合、生存している1個が、1時間後には1回分裂して2個ともに生存しているか、あるいは死滅しているかであり、2個とも生存している確率が $p$ 、死滅している確率が $1-p$ であるという。このバクテリアがこの条件の下で最初1個生存していたとき、 $n$ 時間後に1個以上生存している確率を $P_n$ とおく。ただし、 $n$ は自然数とする。

- (1)  $P_2, P_3$ をそれぞれ $p$ の式で表せ。
- (2)  $P_{n+1}$ を $p$ と $P_n$ の式で表せ。
- (3)  $p = \frac{1}{3}$ のときの $\lim_{n \rightarrow \infty} P_n$ を求めよ。
- (4)  $a$ を2より大きな実数とする。 $p = \frac{a-1}{a}$ ,  $Q_n = P_n - \frac{a-2}{a-1}$ としたとき、 $0 < Q_{n+1} < Q_n$ であることを示せ。
- (5)  $p$ が(4)と同じときの $\lim_{n \rightarrow \infty} P_n$ を求めよ。