2014年 商学部 第3問

$\boxed{3}$ a, b, c は整数，n は0以上の整数とする．座標空間において，次の条件（i），（ii）を満たす点$(a,\ b,\ c)$の個数を$S(n)$とする．

（i）$a+b+c=0$
（ii）$|a|+|b|+|c| \leqq n$

次の設問に答えよ．

(1) $S(2)$ を求めよ．
(2) $S(2n)$ を求めよ．

(1) (i) $a+b+c=0$

(ii) $|a|+|b|+|c| \leqq 2$

$c=0$ のとき $(a, b)=(1,-1), (-1,1), (0,0)$

$c=1$ のとき $(a, b)=(0,-1), (-1,0)$

$c=-1$ のとき $(a, b)=(0,1), (1,0)$

$\therefore \underline{S(2)=7}$ //

(2) (i) $a+b+c=0$

(ii) $|a|+|b|+|c| \leqq 2n$

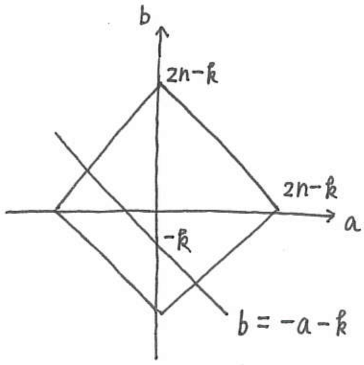
$c=0$ のとき，$(a, b)=(0,0), (1,-1), (-1,1), \cdots, (n,-n), (-n,n)$ の $2n+1$ コ

$c=k\ (>0)$ のとき，

(i) は，$b=-a-k$

(ii) は，$|a|+|b| \leqq 2n-k$

$\therefore 2n-k+1$ コ （右図より）



$\therefore \displaystyle\sum_{k=1}^{n}(2n-k+1)=2n^2-\frac{1}{2}n(n+1)+n$

$\therefore$ $k<0$ のときも同じなので，

$S(2n)=2n+1+2\left\{2n^2-\frac{1}{2}n(n+1)+n\right\}$

$=2n+1+4n^2-n(n+1)+2n$

$=\underline{3n^2+3n+1}$ //