0001884815118999

早稲田大学

2014年 スポーツ科学学部 第5問

数理 石井K

$\boxed{5}$ 2次関数 $y=x^2-1$ のグラフ上の点 $(1,\ 0)$ における接線を ℓ とする．直線 ℓ と点 $(1,\ 0)$ で接する円 C の方程式は，実数 t を用いて

$$(x+\boxed{\text{ヌ}}\,t+\boxed{\text{ネ}})^2+(y-t)^2=\boxed{\text{ノ}}\,t^2$$

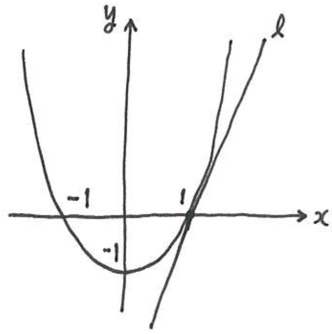
ヌ: 2　ネ: −1　ノ: 5

と表される．円 C と放物線 $y=x^2-1$ の共有点の個数が2個となる t は小さい順に $\dfrac{\boxed{\text{ハ}}}{\boxed{\text{ヒ}}}$ と $\dfrac{\boxed{\text{フ}}}{\boxed{\text{ヘ}}}$ である．

ハ: 1　ヒ: 2　フ: 5　ヘ: 2

$y'=2x$ より．$\ell : y=2(x-1)$　$\therefore \ell : y=2x-2$

$\therefore$ $(1,0)$ を通り ℓ に垂直な直線は $y=-\frac{1}{2}(x-1)$



円の中心はこの直線上にあるので，y 座標を t とおくと．

中心は $(1-2t\ ,\ t)$ となり．

半径は．$\sqrt{(1-2t-1)^2+t^2}=\sqrt{5}\,|t|$

$\therefore$ 円の方程式は．$\underline{(x+2t-1)^2+(y-t)^2=5t^2}$ //

$y=x^2-1$ 上の点，を $P(s,\ s^2-1)$ とおくと．$Q(1-2t\ ,\ t)$ として

$PQ^2=(s-1+2t)^2+(s^2-1-t)^2=5t^2$

s についてのこの方程式が，ちょうど2個の解をもてばよい

$\therefore\ s^4+1+t^2-2s^2-2ts^2+2t+s^2+1+4t^2-2s+4ts-4t-5t^2=0$

$s^4+(-1-2t)s^2+(4t-2)s+2-2t=0$

$s=1$ で接するので $(s-1)^2$ でわり切れる

$\therefore\ (s-1)^2(\underline{s^2+2s+2-2t})=0$

重解をもてばよい or 片方が $s=1$

$\therefore\ D/4=1-(2-2t)=0$　$\therefore\ t=\frac{1}{2}$　または　$1+2+2-2t=0$　$\therefore\ t=\frac{5}{2}$

$\therefore\ \underline{t=\frac{1}{2}\ ,\ \frac{5}{2}}$ //