

2016年 基幹理工・創造理工・先進理工 第3問

3 複素数 z に対して

$$f(z) = \alpha z + \beta$$

とする。ただし、 α, β は複素数の定数で $\alpha \neq 1$ とする。

$$f^1(z) = f(z), \quad f^n(z) = f(f^{n-1}(z)) \quad (n = 2, 3, \dots)$$

と定める。次の問に答えよ。

- (1) $f^n(z)$ を α, β, z, n を用いて表せ。
- (2) $|\alpha| < 1$ のとき、すべての複素数 z に対して

$$\lim_{n \rightarrow \infty} |f^n(z) - \delta| = 0$$

が成り立つような複素数の定数 δ を求めよ。

- (3) $|\alpha| = 1$ とする。複素数の列 $\{f^n(z)\}$ に少なくとも3つの異なる複素数が現れるとき、これらの $f^n(z)$ ($n = 1, 2, \dots$) は複素数平面内のある円 C_z 上にある。円 C_z の中心と半径を求めよ。