

2014年薬学部第3問

3 円 $(x-2)^2 + (y-3)^2 = 9$ と放物線 $y = x^2 - 4x + a + 4$ (a は定数) は、2つの点で接している。

(1) a の値は $\frac{\text{アイウ}}{\text{エ}}$ $\frac{-25}{4}$ である。

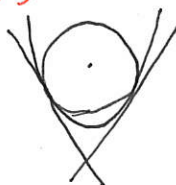
$$y' = 2x - 4$$

(2) 接点の座標は $\left(\frac{\text{オ}}{\text{ス}} \pm \frac{\sqrt{\text{カキ}}}{\text{ク}}, \frac{\text{ケ}}{\text{コ}} \right)$ $\left(2 \pm \frac{\sqrt{35}}{2}, \frac{5}{2} \right)$ であり、2つの接線の方程式は $y = \pm \sqrt{\frac{\text{サシ}}{35}}(x - \text{ス}) + \text{セソタ}$ である (複号同順)。

(3) (2) で得られた2つの接線の交点の座標は $(\text{チ}, \text{ツテト})$ $(2, -15)$ である。

(1) 共通接線をもつということの証明

(2) 接点を (s, t) とおくと。



円の方から。

$$(s-2)(x-2) + (t-3)(y-3) = 9 \quad \dots \textcircled{1}$$

放物線の方から

$$y = (2s-4)(x-s) + s^2 - 4s + a + 4 \quad \dots \textcircled{2}$$

また、 ~~$s^2 + t^2 =$~~ $\textcircled{1}$ と $\textcircled{2}$ の係数を比べて $t = \frac{5}{2}$, $s^2 - 4s = a + 11$

ここで (s, t) は円上の点より、 $(s-2)^2 + \left(\frac{5}{2} - 3\right)^2 = 9 \therefore s = 2 \pm \frac{\sqrt{35}}{2}$

$$\therefore a = -\frac{25}{4}$$

このとき、接線は $y = \pm \sqrt{35}(x-2) - 15$

接点、は $\left(\frac{5}{2}, 2 \pm \frac{\sqrt{35}}{2} \right)$

↓

$\left(2 \pm \frac{\sqrt{35}}{2}, \frac{5}{2} \right)$

(3) $y = \sqrt{35}x - 2\sqrt{35} - 15$

$y = -\sqrt{35}x + 2\sqrt{35} - 15$

$$2\sqrt{35}x = 4\sqrt{35}$$

$$\therefore x = 2, \quad y = -15$$

$$\therefore \underline{(2, -15)}$$