自治医科大学

2016年 医学部 第22問

数理 石井K

$\boxed{22}$ 関数 $f(x)=ax^3+bx^2+cx+d\ (a\neq 0)$ と関数 $g(x)=px^3+qx^2+rx+s\ (p\neq 0)$ について考える（a, b, c, d, p, q, r, s は実数）.

$f(x)+3g(x)=-x^2$, $f'(x)+g'(x)=2x^2-4$, $g(0)=1$ が全て成立しているとき, $|2aq|$ の値を求めよ.

$f(x)+3g(x)=(a+3p)x^3+(b+3q)x^2+(c+3r)x+d+3s$

$$\therefore \begin{cases} a+3p=0 & \cdots ① \\ b+3q=-1 & \cdots ② \\ c+3r=0 & \cdots ③ \\ d+3s=0 & \cdots ④ \end{cases}$$

$f'(x)+g'(x)=(3a+3p)x^2+(2b+2q)x+c+r$

$$\therefore \begin{cases} 3a+3p=2 & \cdots ⑤ \\ 2b+2q=0 & \cdots ⑥ \\ c+r=-4 & \cdots ⑦ \end{cases}$$

$g(0)=1$ より, $s=1$ $\cdots ⑧$

①, ⑤ より, $a=1$, $p=-\frac{1}{3}$

②, ⑥ より, $q=-\frac{1}{2}$, $b=\frac{1}{2}$

$$\therefore |2aq|=\left|2\cdot 1\cdot\left(-\frac{1}{2}\right)\right|$$

$$=\underline{1}_{\,//}$$