



2011年第2問

2 3辺の長さが $AB = 4$, $BC = 3$, $CA = 5$ である直角三角形 ABC と、その内側にあつて2辺 AB および AC に接する円 O を考える。この円の半径を r とし、中心 O から AB に引いた垂線と AB との交点を H とする。また、ベクトル \vec{AB} , \vec{AC} と同じ向きで大きさが1のベクトルを、それぞれ \vec{u} , \vec{v} とし、 $\vec{AH} = t\vec{u}$ ($t > 0$) とする。次の問いに答えよ。

- (1) 直線 AO と辺 BC の交点を M とするとき、ベクトル \vec{AM} を \vec{u} と \vec{v} を用いて表せ。
- (2) ベクトル \vec{u} , \vec{v} の内積 $\vec{u} \cdot \vec{v}$ を求め、ベクトル \vec{AO} と \vec{HO} を、それぞれ \vec{u} , \vec{v} および t を用いて表せ。
また、円 O の半径 r を t で表せ。
- (3) 円 O が辺 BC にも接するとき、その中心を I とする。すなわち、 I は三角形 ABC の内心である。そのときの t の値と、内接円 I の半径を求めよ。
- (4) 円 O と内接円 I が共有点をもたないような t の範囲を求めよ。