

2011年第5問

 数理
石井K

5 定数 a, b に対し, 3つの数 $a, -2a, b$ はこの順序で等比数列をなす. また, 適当に並べかえると初項が 1, 公差が d の等差数列になる. このとき, a, b, d の値を求めよ.

$$\text{等比中項より, } ab = (-2a)^2 \Leftrightarrow a(b - 4a) = 0$$

$$\therefore a = 0 \text{ または } b = 4a$$

(i) $a = 0$ のとき.

$b = 0$ このとき, 並べかえても初項 1 の等差数列にならないので不適.

(ii) $b = 4a$ のとき.

$$\cdot a > 0 \text{ とすると, } b > a > -2a$$

$$\therefore b = 4a = 1 \quad \therefore a = \frac{1}{4}$$

$$\text{これは条件をみたす. このとき, } d = -\frac{3}{4}$$

$$\cdot a < 0 \text{ とすると, } -2a > a > b \quad \therefore -2a = 1 \quad \therefore a = -\frac{1}{2}$$

$$\text{これは条件をみたす. このとき, } d = -\frac{3}{2}$$

$$\therefore \underline{(a, b, d) = \left(\frac{1}{4}, 1, -\frac{3}{4}\right), \left(-\frac{1}{2}, -2, -\frac{3}{2}\right)} \text{ ,,}$$