

2012年 理工学部 第5問

5 $a > 0$ とし, x の3次関数 $f(x)$ を

$$f(x) = x^3 - 5ax^2 + 7a^2x$$

と定める. また, $t \geq 0$ に対し, 曲線 $y = f(x)$ と x 軸および2直線 $x = t$, $x = t + 1$ で囲まれた部分の面積を $S(t)$ で表す.

- (1) $S(0) =$ である.
- (2) $f(x)$ は $x =$ で極小値をとる. 曲線 $y = f(x)$ 上にあり, x の値 に対応する点を P とする. a の値が変化するとき, 点 P の軌跡は曲線 $y =$ ($x > 0$) である.
- (3) $S(t) = S(0)$ を満たす正の実数 t が存在するような a の値の範囲を不等式で表すと となる. 以下, a の値はこの範囲にあるとする. c を $S(c) = S(0)$ を満たす最大の正の実数とする. 区間 $0 \leq t \leq c$ における $S(t)$ の最大値, 最小値をそれぞれ $M(a)$, $m(a)$ とするとき, $M(a) + m(a) =$ となる.