

2014年 環境情報学部 第5問



5 数列 $\{a_n\}$ に対してつぎのように定められる数列 $\{b_n\}$ を $\{a_n\}$ の階差数列という.

$$b_n = a_{n+1} - a_n \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

$\{b_n\}$ の階差数列を $\{c_n\}$ とし, $\{c_n\}$ の階差数列を $\{d_n\}$ としよう. いま

$$a_1 = 1, \quad b_1 = 2, \quad c_1 = 4$$

であり, d_n はすべて 8 に等しいとする. このとき

$$a_5 = \begin{array}{|c|c|} \hline 101 & 102 \\ \hline \end{array}, \quad a_6 = \begin{array}{|c|c|c|} \hline 103 & 104 & 105 \\ \hline \end{array}, \quad a_7 = \begin{array}{|c|c|c|} \hline 106 & 107 & 108 \\ \hline \end{array}$$

であり, 一般に $n = 1, 2, 3, \dots$ に対して,

$$a_n = \frac{1}{3} \left(\begin{array}{|c|c|} \hline 109 & 110 \\ \hline \end{array} n^3 - \begin{array}{|c|c|} \hline 111 & 112 \\ \hline \end{array} n^2 + \begin{array}{|c|c|} \hline 113 & 114 \\ \hline \end{array} n - \begin{array}{|c|c|} \hline 115 & 116 \\ \hline \end{array} \right)$$

である.

$a_1 = 1$	a_2	a_3	a_4	a_5	a_6	a_7	
✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	$\therefore a_5 = 65$
	$b_1 = 2$	b_2	b_3	b_4	b_5	b_6	$\underline{a_6 = 131}$
	✓	✓	✓	✓	✓	✓	$\underline{a_7 = 233}$
	$c_1 = 4$	c_2	c_3	c_4	c_5		
	✓	✓	✓	✓	✓		
	$d_1 = 8$	$d_2 = 8$	8	8			

$$c_n = c_1 + \sum_{k=1}^{n-1} 8 = 8n - 4 \quad (n=1 \text{ のときも成り立つ})$$

$$b_n = b_1 + \sum_{k=1}^{n-1} c_k = 2 + \sum_{k=1}^{n-1} (8k - 4) = 4n^2 - 8n + 6 \quad (n=1 \text{ のときも成り立つ})$$

$$a_n = a_1 + \sum_{k=1}^{n-1} b_k = 1 + \sum_{k=1}^{n-1} (4k^2 - 8k + 6) = \frac{4}{3}n^3 - 6n^2 + \frac{32}{3}n - 5$$

これは $n=1$ のときも成り立つ

$$\therefore a_n = \frac{1}{3}(4n^3 - 18n^2 + 32n - 15)$$

この後にフック
プログラマ (BASIC) の
問題は省略した