

2016年 経済情報 第1問



1 次の問いに答えなさい。

(1) すべての実数 x に対して

$$x^4 - 19x^2 + 9 = (x^2 + ax + b)(x^2 + cx + d)$$

となるような整数 a, b, c, d の値を求めなさい。ただし $a \geq c$ とする。(2) 4次方程式 $x^4 - 19x^2 + 9 = 0$ の解を求めなさい。(3) 不等式 $x^4 - 19x^2 + 9 < 0$ を満たす x の範囲を求めなさい。

(1) $x^4 - 19x^2 + 9 = (x^2 + 3)^2 - (5x)^2$

$$= (x^2 + 5x + 3)(x^2 - 5x + 3)$$

よって、 $a=5, b=3, c=-5, d=3$ //

← 複二次式による解法

思いつかなかつたら、恒等式による

係数比較でもよい。

(2) (1)より、 $x^2 + 5x + 3 = 0$ または $x^2 - 5x + 3 = 0$

∴ 解の公式より、

$$x = \frac{-5 \pm \sqrt{13}}{2}, \frac{5 \pm \sqrt{13}}{2} //$$

(3) $x^4 - 19x^2 + 9 < 0 \iff (x^2 + 5x + 3)(x^2 - 5x + 3) < 0$

$$\iff (x^2 + 5x + 3 > 0 \text{ かつ } x^2 - 5x + 3 < 0)$$

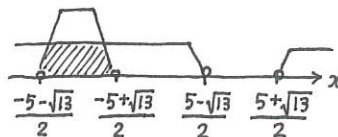
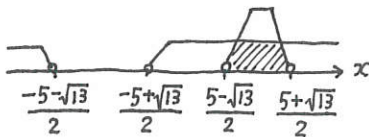
$$\text{または、}(x^2 + 5x + 3 < 0 \text{ かつ } x^2 - 5x + 3 > 0)$$

$$\iff \left(x < \frac{-5 - \sqrt{13}}{2}, \frac{-5 + \sqrt{13}}{2} < x \text{ かつ } \frac{5 - \sqrt{13}}{2} < x < \frac{5 + \sqrt{13}}{2} \right) \dots \textcircled{1}$$

$$\text{または} \left(\frac{-5 - \sqrt{13}}{2} < x < \frac{-5 + \sqrt{13}}{2} \text{ かつ } x < \frac{5 - \sqrt{13}}{2}, \frac{5 + \sqrt{13}}{2} < x \right) \dots \textcircled{2}$$

① について、

② について、



$$\text{以上より、} \frac{-5 - \sqrt{13}}{2} < x < \frac{-5 + \sqrt{13}}{2}, \frac{5 - \sqrt{13}}{2} < x < \frac{5 + \sqrt{13}}{2} //$$