

2016年全学部第1問

1 2次方程式 $x^2 - kx - 2k = 3$ が実数解をもつような定数 k の値の範囲は、 $k \leq -$ ⁶, $-$ ² $\leq k$ である。また、この2次方程式の2つの実数解を α, β ($\alpha \geq \beta$) とするとき、 α, β が $\alpha^2 + \beta^2 = 3$ を満たすならば、

$$k = -$$
 ¹, $\alpha = \frac{-$ ¹ $+$ $\sqrt{\frac{\text{オ}}{\text{カ}}}$ ⁵ $}{2}$

である。 $x^2 - kx - 2k - 3 = 0$ において、

実数解をもつ \Leftrightarrow 判別式 $D \geq 0$

$$\therefore D = (-k)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-2k - 3)$$

$$= k^2 + 8k + 12$$

$$\therefore k^2 + 8k + 12 \geq 0$$

$$(k+6)(k+2) \geq 0$$

$$\therefore \underline{k \leq -6, -2 \leq k}$$

解と係数の関係より、 $\alpha + \beta = k, \alpha\beta = -2k - 3$

$$\therefore \alpha^2 + \beta^2 = (\alpha + \beta)^2 - 2\alpha\beta$$

$$= k^2 - 2(-2k - 3)$$

$$= k^2 + 4k + 6$$

$$\therefore k^2 + 4k + 6 = 3$$

$$k^2 + 4k + 3 = 0$$

$$(k+3)(k+1) = 0$$

$$\therefore k = -3, -1$$

$$k \leq -6, -2 \leq k \text{ より、} \underline{k = -1}$$

このとき、方程式は $x^2 + x - 1 = 0$ より、 $\underline{\alpha = \frac{-1 + \sqrt{5}}{2}}$