0001918901808999

北里大学

2014年 理学部 第2問　1枚目／2枚

数理 石井K

2 次の文中の [ア] ～ [フ] にあてはまる最も適切な数を答えなさい．

(1) 数列 $\{a_n\}$ は $a_1=1$，$a_{n+1}=3a_n-n$ $(n=1,\ 2,\ 3,\ \cdots)$ で定義される．ここで，$b_n=a_{n+1}-a_n$ とおくと，$b_1=$ [ア] 1，$b_2=$ [イ] 2 であり，数列 $\{b_n\}$ の一般項は，

$$b_n=\frac{\boxed{ウ}\ 1}{\boxed{エ}\ 2}\{(\boxed{オ}\ 3)^{n-1}+\boxed{カ}\ 1\}$$

となる．初項 b_1 から第 n 項 b_n までの和 S_n は，

$$S_n=\frac{\boxed{キ}\ 1}{\boxed{ク}\ 4}\{(\boxed{ケ}\ 3)^{n}+\boxed{コ}\ 2\ n+\boxed{サ}\ -1\}$$

である．また，数列 $\{a_n\}$ の一般項は，

$$a_n=\frac{\boxed{シ}\ 1}{\boxed{ス}\ 4}\{(\boxed{セ}\ 3)^{n-1}+\boxed{ソ}\ 2\ n+\boxed{タ}\ 1\}$$

と表される．

(2) 奇数の列を

1 | 3, 5, 7 | 9, 11, 13, 15, 17 | 19, 21, 23, 25, 27, 29, 31 | ⋯

のような群にわける．つまり，第1群は1のみからなる．このとき，第 n 群に含まれる項の数は [チ] 2 $n+$ [ツ] −1 であるので，第1群から第 $n-1$ 群までの項の数は，

$\boxed{テ}\ 1\ n^2+\boxed{ト}\ -2\ n+\boxed{ナ}\ 1$

である．したがって，第 n 群の最初の項の値は，

$\boxed{ニ}\ 2\ n^2+\boxed{ヌ}\ -4\ n+\boxed{ネ}\ 3$

である．また，第 n 群に含まれる数の総和は，

$\boxed{ノ}\ 4\ n^3+\boxed{ハ}\ -6\ n^2+\boxed{ヒ}\ 4\ n+\boxed{フ}\ -1$

である．

(1) $a_{n+2}=3a_{n+1}-(n+1)$

$-)\ a_{n+1}=3a_n-n$

$a_{n+2}-a_{n+1}=3(a_{n+1}-a_n)-1$

$\therefore\ b_{n+1}=3b_n-1$

$\therefore\ b_{n+1}-\frac{1}{2}=3(b_n-\frac{1}{2})$

$\therefore\ \{b_n-\frac{1}{2}\}$ は初項 $b_1-\frac{1}{2}$，公比3の等比数列．

$a_1=1,\ a_2=2,\ a_3=4$ より

$b_1=1,\ b_2=2$ //

$b_n-\frac{1}{2}=\frac{1}{2}\cdot 3^{n-1}$

$\therefore\ b_n=\frac{1}{2}(3^{n-1}+1)$ //

$S_n=\frac{1}{2}\left(\sum_{k=1}^{n}3^{k-1}+1\right)$

$=\frac{1}{2}\cdot\left(\frac{1-3^n}{1-3}+n\right)$

$=\frac{1}{4}(3^n+2n-1)$ //

$S_n=a_{n+1}-a_1$ より

$a_{n+1}=\frac{1}{4}(3^n+2n-1)+1$ $(n=1,2,\cdots)$

$\therefore\ a_n=\frac{1}{4}(3^{n-1}+2n+1)$ $(n=2,3,\cdots)$ //

これは $n=1$ のときも成り立つ

北里大学

2014年 理学部 第2問　　2枚目／2枚

$\boxed{2}$ 次の文中の $\boxed{ア}$ 〜 $\boxed{フ}$ にあてはまる最も適切な数を答えなさい.

(1) 数列 $\{a_n\}$ は $a_1 = 1$, $a_{n+1} = 3a_n - n$ $(n = 1, 2, 3, \cdots)$ で定義される. ここで, $b_n = a_{n+1} - a_n$ とおくと, $b_1 = \boxed{ア}$, $b_2 = \boxed{イ}$ であり, 数列 $\{b_n\}$ の一般項は,

$$b_n = \frac{\boxed{ウ}}{\boxed{エ}}\left\{\left(\boxed{オ}\right)^{n-1} + \boxed{カ}\right\}$$

となる. 初項 b_1 から第 n 項 b_n までの和 S_n は,

$$S_n = \frac{\boxed{キ}}{\boxed{ク}}\left\{\left(\boxed{ケ}\right)^{n} + \boxed{コ}\,n + \boxed{サ}\right\}$$

である. また, 数列 $\{a_n\}$ の一般項は,

$$a_n = \frac{\boxed{シ}}{\boxed{ス}}\left\{\left(\boxed{セ}\right)^{n-1} + \boxed{ソ}\,n + \boxed{タ}\right\}$$

と表される.

(2) 奇数の列を

1 | 3, 5, 7 | 9, 11, 13, 15, 17 | 19, 21, 23, 25, 27, 29, 31 | ⋯

のような群にわける. つまり, 第1群は1のみからなる. このとき, 第 n 群に含まれる項の数は $\boxed{チ}\,n + \boxed{ツ}$ であるので, 第1群から第 $n-1$ 群までの項の数は,

$$\boxed{テ}\,n^2 + \boxed{ト}\,n + \boxed{ナ}$$

である. したがって, 第 n 群の最初の項の値は,

$$\boxed{ニ}\,n^2 + \boxed{ヌ}\,n + \boxed{ネ}$$

である. また, 第 n 群に含まれる数の総和は,

$$\boxed{ノ}\,n^3 + \boxed{ハ}\,n^2 + \boxed{ヒ}\,n + \boxed{フ}$$

である.

(2) 第n群の項の数は. $\underline{2n-1}$ 個 //

∴ 第1群〜第n-1群までの項の数は. $\sum_{k=1}^{n-1} 2k-1 = (n-1)n-(n-1)$

$= \underline{n^2-2n+1}$ //

∴ 第n群の最初の項の値は.

n^2-2n+2 番目の奇数

∴ $2(n^2-2n+2)-1$

$= \underline{2n^2-4n+3}$ //

∴ 第n+1群の最初の項の値は.

$2(n+1)^2-4(n+1)+3$

$= 2n^2+1$

∴ 第n群の最後の項の値は.

$2n^2-1$

∴ 総和は. $\underbrace{(2n^2-4n+3)+(2n^2-4n+5)+\cdots+(2n^2-1)}_{2n-1\text{ コの和}}$

$= \frac{2n-1}{2}\left(2n^2-4n+3+2n^2-1\right)$

$= \underline{4n^3-6n^2+4n-1}$ //