



## 2011年理系第4問

4 平面上で、線分  $AB$  を  $1:2$  に内分する点を  $O$  とし、 $O$  を中心とする半径  $OB$  の円を  $S$ 、円  $S$  と直線  $AB$  との交点のうち点  $B$  と異なる方を  $C$  とする。点  $P$  は円  $S$  の内部にあり、線分  $BC$  上にないものとする。円  $S$  と直線  $PB$  との交点のうち点  $B$  と異なる方を  $Q$  とする。 $\vec{PA} = \vec{a}$ 、 $\vec{PB} = \vec{b}$ 、 $\angle APB = \theta$  とおくとき、次の問いに答えよ。

(1)  $\vec{PO}$ 、 $\vec{PC}$ 、 $\vec{OB}$  を  $\vec{a}$ 、 $\vec{b}$  で表せ。

(2) 点  $P$  が円  $S$  の内部にあることを用いて、 $\cos \theta < \frac{|\vec{b}|}{4|\vec{a}|}$  を証明せよ。

(3)  $PQ$  の長さを  $|\vec{a}|$ 、 $|\vec{b}|$ 、 $\theta$  で表せ。

(4)  $PA = 3$ 、 $PB = 2$  とする。 $\triangle QAB = 3\triangle POB$  を満たすとき、 $\triangle PAB$  の面積を求めよ。