

2011 年 医学部 第 2 問

2 実数の数列  $\{a_n\}_{n=1, 2, \dots}$  は, 任意の正整数  $p, q$  に対して不等式

$$|a_{p+q} - a_p - a_q| < 1$$

を満たしているとする.

(1) 任意の正整数  $n$  と, 2 以上の任意の整数  $k$  に対して, 不等式

$$|a_{kn} - ka_n| < k - 1$$

が成り立つことを証明せよ.

(2) 任意の正整数  $n, k$  に対して, 不等式

$$|na_{n+k} - (n+k)a_n| < 2n + k - 2$$

が成り立つことを証明せよ.