

2014年 経済・経営 第2問


 数理
石井K

2 関数 $f(x) = ax^2 + bx + c$ ($a > 0$) で定まる放物線 $C: y = f(x)$ と、 C に $x = \alpha$ で接する接線 l 、および、直線 $x = \beta$ ($\alpha < \beta$) とで囲まれた領域の面積を S とする。このとき、 S を α と β を用いて表しなさい。

$$l: y = (2a\alpha + b)(x - \alpha) + a\alpha^2 + b\alpha + c$$

$$\therefore y = (2a\alpha + b)x - a\alpha^2 + c$$

$$\therefore S = \int_{\alpha}^{\beta} ax^2 + bx + c - (2a\alpha + b)x + a\alpha^2 - c \, dx$$

$$= \int_{\alpha}^{\beta} ax^2 - 2a\alpha x + a\alpha^2 \, dx$$

$$= a \int_{\alpha}^{\beta} (x - \alpha)^2 \, dx$$

$$= a \left[\frac{1}{3} (x - \alpha)^3 \right]_{\alpha}^{\beta}$$

$$= a \cdot \frac{1}{3} (\beta - \alpha)^3$$

$$= \underline{\underline{\frac{a}{3} (\beta - \alpha)^3}} //$$

