

2016年文系第4問

4 正の実数  $a$  に対して、 $y = ax^2$  のグラフを  $C_1$ 、 $y = \frac{a^2-1}{a}x^2 + \frac{2}{a}x - \frac{1}{a}$  のグラフを  $C_2$  とする。このとき、以下の問いに答えよ。

- (1)  $C_1$  と  $C_2$  の共有点は点  $(1, a)$  のみであることを示せ。
- (2)  $C_2$  と  $x$  軸の  $0 < x < 1$  の部分との交点は、点  $(\frac{1}{a+1}, 0)$  のみであることを示せ。
- (3)  $C_1$  の  $0 \leq x \leq 1$  の部分、 $C_2$  の  $\frac{1}{a+1} \leq x \leq 1$  の部分、および  $x$  軸の  $0 \leq x \leq \frac{1}{a+1}$  の部分とで囲まれる図形の面積を  $S$  とする。 $S$  を  $a$  を用いて表せ。
- (4)  $a$  がすべての正の実数を動くとき、(3) で求めた面積  $S$  の最大値を求めよ。