

2010年薬学部第6問

6 数列 $\{a_n\}$, $\{b_n\}$ ($n = 1, 2, 3, \dots$) を

$$\{a_n\} : \frac{4}{1 \cdot 2}, \frac{4}{2 \cdot 3}, \frac{4}{3 \cdot 4}, \frac{4}{4 \cdot 5}, \dots$$

$$\{b_n\} : \frac{9}{1 \cdot 2 \cdot 3}, \frac{16}{2 \cdot 3 \cdot 4}, \frac{23}{3 \cdot 4 \cdot 5}, \frac{30}{4 \cdot 5 \cdot 6}, \dots$$

として次の問いに答えよ.

(1) 各数列の一般項は $a_n = \frac{4}{n(n+1)}$, $b_n = \frac{\square n + \square}{n(n+1)(n+2)}$ である.

(2) $S_n = \sum_{k=1}^n a_k$, $T_n = \sum_{k=1}^n b_k$ とすると,

$$S_n = \frac{\square n}{n+1}, \quad T_n = \frac{\square n^2 + \square n}{(n+1)(n+2)}$$

である.

(3) $S_n - T_n < \frac{1}{4}$ を満たす自然数 n の最小値は \square である.