



2015年教育第2問

2 3種類の記号  $a, b, c$  から重複を許して  $n$  個を選び、それらを一列に並べて得られる長さ  $n$  の記号列を考える。このような記号列のなかで、 $a$  がちょうど偶数個含まれるようなものの総数を  $g(n)$  とする。ただし、0 個の場合も偶数個とみなす。たとえば、 $g(1) = 2$ 、 $g(2) = 5$  である。

- (1) 自然数  $n \geq 1$  に対して  $g(n+1) = g(n) + 3^n$  が成り立つことを示せ。
- (2)  $g(n)$  を求めよ。
- (3) 一般に、 $a$  を含む  $m$  種類の記号から重複を許して  $n$  個を選び、それらを一列に並べて得られる長さ  $n$  の記号列を考える。ただし、 $m \geq 2$  とする。このような記号列のなかで、 $a$  がちょうど奇数個含まれるようなものの総数を  $k_m(n)$  とする。自然数  $n \geq 1$  に対して、 $k_m(n)$  を求めよ。