



2013年 基幹理工・創造理工・先進理工 第2問

2 複素数 $z = 1 + 2\sqrt{6}i$ と自然数 $n = 1, 2, 3, \dots$ について、複素数 z^n を実数 a_n, b_n を用いて

$$z^n = a_n + b_n i$$

と表す。次の問に答えよ。

- (1) $a_n^2 + b_n^2 = 5^{2n}$ ($n = 1, 2, 3, \dots$)であることを示せ。
- (2) すべての n について $a_{n+2} = pa_{n+1} + qa_n$ が成り立つ定数 p, q を求めよ。
- (3) どんな n についても a_n は5の整数倍でないことを示せ。
- (4) z^n ($n = 1, 2, 3, \dots$) は実数でないことを示せ。