



2017年教育第1問

1 次の各問に答えよ.

- (1) 座標平面上で, 点 $O(0, 0)$, $A(0, 1)$, $B(1, 0)$, $C(1, 1)$ を考える. 点 P が点 B から点 C まで動くとき, 正方形 $AOBC$ の辺および内部において, 線分 OP の垂直二等分線が通る範囲の面積を求めよ.
- (2) n を 2 以上の自然数とする. 1 から n までの自然数の順列

$$a_1 a_2 \cdots a_n$$

のうち, $a_k < a_{k+1}$ を満たさないような k がただ 1 つだけある順列の総数を P_n とする. 例えば $n = 3$ の場合, 条件を満たす順列全体は $\{132, 213, 231, 312\}$ であるので, $P_3 = 4$ である. P_{n+1} と P_n の関係式を求めよ.

- (3) 整数係数の 3 次多項式 $f(x)$ が $f(0) = 1$ かつ $f\left(\cos \frac{\pi}{7}\right) = 0$ を満たすとき, $f(x)$ を求めよ.
- (4) 定数 c は $-1 < c < 1$ を満たすとする. すべての実数 x に対して, 関係式

$$f(x) + f(cx) = x^2$$

を満たす連続関数 $f(x)$ を求めよ.