

2018年 社会科学学部 第3問

3 xyz 空間内において、次の条件を満たす点 $P(x, y, z)$ の軌跡が表す図形を F とする。

$$x^2 + y^2 = \frac{1}{2}(z - \sqrt{2})^2$$

$$x \geq 0, \quad y \geq 0, \quad 0 \leq z \leq \sqrt{2}$$

たとえば、 $z = 0$ のとき、すなわち、 xy 平面内では、図形 F は円 $x^2 + y^2 = 1$ のうち、 $x \geq 0, y \geq 0$ の部分を表す。また、平面 $z = \sqrt{2}$ 内では、図形 F は1点 $A(0, 0, \sqrt{2})$ を表す。図形 F は底面が xy 平面内の円 $x^2 + y^2 = 1$ 、頂点が点 A の円錐の側面の一部である。次の問に答えよ。

- (1) 図形 F 上の点で x 座標が $x = t$ である点を $P_t(t, y, z)$ とするとき、 z のとり得る値の範囲を t で表せ。
- (2) 点 $O_t(t, 0, 0)$ と点 P_t の距離 O_tP_t に対して、 $(O_tP_t)^2$ を t と z で表せ。
- (3) $(O_tP_t)^2$ の最大値を t で表せ。