2018年 商学部 第2問

$\boxed{2}$ 実数 x に対して，数列 $\{a_k(x)\}$ を次で定義する．

$$a_1(x) = x, \quad a_{k+1}(x) = 2a_k(x) - [2a_k(x)] \quad (k = 1,\ 2,\ 3,\ \cdots)$$

ただし，実数 x に対して $[x]$ は x 以下の最大の整数を表す．正の整数 n に対して，S_n を次の条件 $(*)$ を満たす有理数 $\dfrac{i}{n}$（i は1以上 $n-1$ 以下の整数）全体の集合とする．

$(*)$ ある正の整数 k が存在して，$a_k\left(\dfrac{i}{n}\right) = 0$

次の設問に答えよ．

(1) S_{12} を求めよ．

(2) S_1，S_2，S_3，$\cdots$，S_{2018} の少なくとも1つに属する要素全体の集合を T とするとき，T の要素の個数を求めよ．