

2018年 商学部 第2問

2 実数 x に対して, 数列 $\{a_k(x)\}$ を次で定義する.

$$a_1(x) = x, \quad a_{k+1}(x) = 2a_k(x) - [2a_k(x)] \quad (k = 1, 2, 3, \dots)$$

ただし, 実数 x に対して $[x]$ は x 以下の最大の整数を表す. 正の整数 n に対して, S_n を次の条件 (*) を満たす有理数 $\frac{i}{n}$ (i は 1 以上 $n-1$ 以下の整数) 全体の集合とする.

$$(*) \text{ ある正の整数 } k \text{ が存在して, } a_k\left(\frac{i}{n}\right) = 0$$

次の設問に答えよ.

- (1) S_{12} を求めよ.
- (2) $S_1, S_2, S_3, \dots, S_{2018}$ の少なくとも 1 つに属する要素全体の集合を T とするとき, T の要素の個数を求めよ.