

2014年 教育学部（中等数学）第3問

3 辺の長さが  $OA = 1$ ,  $OB = 2$ ,  $OC = 3$  である四面体  $OABC$  において,  $OA \perp AB$ ,  $OA \perp AC$  とする. 辺  $OA$  の中点を  $D$  とし, 辺  $OB$  を  $1:3$  に内分する点を  $E$ , 辺  $OC$  を  $1:8$  に内分する点を  $F$  とする. 3点  $D, E, F$  を通る平面上の点  $G$  が,  $EG \perp DE$ ,  $FG \perp DF$  をみたすとする.  $\overrightarrow{OA} = \vec{a}$ ,  $\overrightarrow{OB} = \vec{b}$ ,  $\overrightarrow{OC} = \vec{c}$  とするとき, 次の問いに答えよ.

- (1) 内積  $\vec{a} \cdot \vec{b}$ ,  $\vec{a} \cdot \vec{c}$  の値をそれぞれ求めよ.
- (2)  $\vec{b} \cdot \vec{c} = t$  とおくとき,  $\overrightarrow{OG}$  を  $\vec{a}$ ,  $\vec{b}$ ,  $\vec{c}$  および  $t$  を用いて表せ.
- (3) 3点  $A, B, C$  を通る平面と直線  $OG$  が点  $H$  で交わるとする. 直線  $AH$  と直線  $BC$  の交点を  $I$  とするとき,  $BI:IC$  を求めよ.