

2014年第4問

4 負でない整数  $N$  が与えられたとき,  $a_1 = N$ ,  $a_{n+1} = \left[ \frac{a_n}{2} \right]$  ( $n = 1, 2, 3, \dots$ ) として数列  $\{a_n\}$  を定める. ただし  $[a]$  は, 実数  $a$  の整数部分 ( $k \leq a < k+1$  となる整数  $k$ ) を表す.

- (1)  $a_3 = 1$  となるような  $N$  をすべて求めよ.
- (2)  $0 \leq N < 2^{10}$  をみたす整数  $N$  のうちで,  $N$  から定まる数列  $\{a_n\}$  のある項が 2 となるようなものはいくつあるか.
- (3) 0 から  $2^{100} - 1$  までの  $2^{100}$  個の整数から等しい確率で  $N$  を選び, 数列  $\{a_n\}$  を定める. 次の条件 (\*) をみたす最小の正の整数  $m$  を求めよ.  
(\*) 数列  $\{a_n\}$  のある項が  $m$  となる確率が  $\frac{1}{100}$  以下となる.