2015年 スポーツ科学学部 第1問

$\boxed{1}$ a を定数とする．x についての方程式

$$|(x-4)(x-2)| = ax - 5a + \frac{1}{2}$$

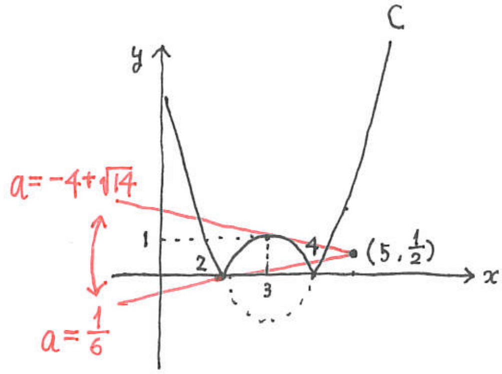
が相異なる4つの実数解をもつとき，a の範囲は，$\boxed{ア} + \sqrt{\boxed{イ}} < a < \dfrac{1}{\boxed{ウ}}$ である．

ア -4 　イ 14 　ウ 6

$C: y = |(x-4)(x-2)|$ ， $l: y = ax - 5a + \frac{1}{2}$ とおくと．

$l: a(x-5) + \frac{1}{2} - y = 0$ より．直線 l は a の値に関わらず．

定点 $(5, \frac{1}{2})$ を通る．



また，l が $y = -(x-4)(x-2)$ と接するのは

$ax - 5a + \frac{1}{2} + x^2 - 6x + 8 = 0$

すなわち．$x^2 + (a-6)x - 5a + \frac{17}{2} = 0$ が

重解をもつときなので．判別式を D とおくと．

$D = (a-6)^2 - 4(-5a + \frac{17}{2}) = 0$

$\therefore\ a^2 + 8a + 2 = 0$ 　ここで右のグラフより．l の傾き a が大きい方であるから．

$a = -4 + \sqrt{14}$

また．l が $(2, 0)$ を通るとき．$0 = 2a - 5a + \frac{1}{2}$ 　$\therefore\ a = \frac{1}{6}$

傾きがこれらの間の値をとるとき．C と L が4つの異なる交点をもつ

$\therefore\ \underline{-4 + \sqrt{14} < a < \frac{1}{6}}$ //