



2015年 基幹理工・創造理工・先進理工 第2問

2 整数  $x, y$  が  $x^2 - 2y^2 = 1$  をみたすとき、次の問に答えよ。

- (1) 整数  $a, b, u, v$  が  $(a + b\sqrt{2})(x + y\sqrt{2}) = u + v\sqrt{2}$  をみたすとき、 $u, v$  を  $a, b, x, y$  で表せ。さらに  $a^2 - 2b^2 = 1$  のときの  $u^2 - 2v^2$  の値を求めよ。ともに答のみでよい。
- (2)  $1 < x + y\sqrt{2} \leq 3 + 2\sqrt{2}$  のとき、 $x = 3, y = 2$  となることを示せ。
- (3) 自然数  $n$  に対して、 $(3 + 2\sqrt{2})^{n-1} < x + y\sqrt{2} \leq (3 + 2\sqrt{2})^n$  のとき、 $x + y\sqrt{2} = (3 + 2\sqrt{2})^n$  を示せ。