2015年 国際教養学部 第4問

$\boxed{4}$ 棚に包装された製品が n 個（$n \geqq 4$）並んでいるが，そのうち2個が不良品だということがわかっている．n 個の製品はすでに包装されているため，外見からはどれが不良品かどうかを区別することはできない．今，どの2個が不良品かを見つけるために，n 個の製品のうち1個を取り出し，包装を解き，中身をチェックする．中身が不良品だった場合は，別に置いてあったすでに包装された良品と交換し，もとにあった場所に戻す．中身が不良品でなかった場合は，製品を包装し直した上でもとにあった場所に戻す．1個目の製品のチェックが終わったら，棚の別の製品も同様にチェックし，この作業を2個の不良品が見つかるまで繰り返し，2個目の不良品を交換した時点で終了する．包装された良品と交換する費用は製品1個につき1000円，製品を包装し直す費用は製品1個につき100円である．

(1) $n = 4$ のとき，この作業全体の費用が2200円になる確率は $\boxed{セ}$ である．$\frac{1}{2}$

(2) $n = 4$ のとき，この作業全体の費用の期待値は $(2000 + \boxed{ソ})$ 円である．$\frac{400}{3}$

(3) この作業全体の費用の期待値を n の関数で表すと $(2000 + \boxed{タ})$ 円である．$\frac{200(n-2)}{3}$

(1) どの製品を何番目に取り出すかの決め方が $4! = 24$ 通り

そのうち，4番目に不良品を取り出すのは，${}_3C_1 \times 2 \times 2 = 12$ 通り

費用が2200円となるのは，4回目まで作業が続いたときなので

$\therefore \dfrac{12}{24} = \underline{\dfrac{1}{2}}$ //

(2) 費用が2000円（2回で終わる）の確率は，$\dfrac{2\cdot 2}{24} = \dfrac{1}{6}$

〃 2100円（3回で終わる） 〃 余事象より，$1 - \dfrac{1}{2} - \dfrac{1}{6} = \dfrac{1}{3}$

$\therefore$ 期待値は，$2200\cdot\dfrac{1}{2} + 2000\cdot\dfrac{1}{6} + 2100\cdot\dfrac{1}{3} = \underline{2000 + \dfrac{400}{3}}$ 円 //

(3) k 回（$2 \leqq k \leqq n$）で終わるときの費用は，$2000 + (k-2)\cdot 100$ 円，

確率は，$\dfrac{{}_{k-1}C_1 \times 2 \times (n-2)!}{n!} = \dfrac{2(k-1)}{n(n-1)}$

$$\therefore \text{期待値は，} \sum_{k=2}^{n} \frac{2(k-1)}{n(n-1)}\cdot(1800 + 100k) = \sum_{k=1}^{n} \frac{200(k^2 + 17k - 18)}{n(n-1)}$$

$$= \frac{200}{n(n-1)}\left\{\frac{1}{6}n(n+1)(2n+1) + \frac{17}{2}n(n+1) - 18n\right\}$$

$$= \frac{200}{3}(n+28)$$

$$= \underline{2000 + \frac{200(n-2)}{3}} \text{ //}$$